

УДК 347.823.21

DOI 10.51955/2312-1327_2023_1_27

ВЫБОР И ОБОСНОВАНИЕ МЕТОДОВ И МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ИЗНОСА И ЗАМЕНЫ ОБОРУДОВАНИЯ

*Николай Сергеевич Херсонский,
orcid.org/0000-0003-1296-7131,
кандидат технических наук,
генеральный директор ООО «СОЮЗСЕРТ»,
ул. Викторенко, д. 7, корпус 30
Москва, 125167, Россия
hersn@yandex.ru*

*Людмила Геннадьевна Большедворская,
orcid.org/0000-0002-1425-7398,
доктор технических наук, профессор кафедры БПиЖД
Московский государственный технический
университет гражданской авиации,
Кронштадтский бульвар, д. 20
Москва, 125993, Россия
l.bolshedvorskaya@mstuca.aero*

Аннотация. В данной статье разработана и показана практическая применимость математических моделей для оценки износа оборудования. Согласно свойству основных фондов, к которому относится оборудование, оно подлежит замене под воздействием факторов физического и морального износа. В связи с этим актуальность проведенного исследования обусловлена поиском моделей оценки их состояния в заданный момент времени. Сложность разработки таких моделей обусловлена тем, что характеристики работоспособности оборудования – это случайные величины и случайные функции. При планировании работы предприятия необходим учет статистических характеристик живучести оборудования. Только таким образом можно заранее предусмотреть количество обновляемого оборудования, порядок профилактических работ и сроки, в которые следует производить замену оборудования, чтобы обеспечить бесперебойное выполнение производственной программы без излишних инвестиционных затрат предприятия.

Ключевые слова: математические модели, износ и замена оборудования, оптимизация.

SELECTION AND JUSTIFICATION OF METHODS AND MATHEMATICAL MODELS OF EQUIPMENT WEAR AND REPLACEMENT

*Nikolai S. Khersonsky,
orcid.org/0000-0003-1296-7131,
candidate of technical sciences,
General Director of SOYUZCERT LLC,
7, building 30, Viktorenko St.
Moscow, 125167, Russia
hersn@yandex.ru*

*Ludmila G. Bolshedvorskaya,
orcid.org/0000-0002-1425-7398,
Doctor of Technical Sciences
Professor of the Department of BP&ZhD
Moscow State Technical University of Civil Aviation,
Kronstadtsky boulevard, 20
Moscow, 125993, Russia
l.bolshedvorskaya@mstuca.aero*

Abstract. The authors develop and show the practical applicability of mathematical models for assessing the wear of equipment. According to the property of fixed assets, which equipment belongs to, it has to be replaced as a result of wear and tear. In this connection, the relevance of the conducted research is caused by the search of models for assessing their state at a given moment of time. The complexity of developing such models is due to the fact that the characteristics of equipment performance are random values and random functions. When planning the work of the enterprise it is necessary to take into account the statistical characteristics of the survivability of the equipment. Only in this way it is possible to foresee in advance the amount of renewable equipment, the order of preventive maintenance and the terms in which equipment should be replaced to ensure uninterrupted implementation of the production program without excessive investment expenditures of the enterprise.

Key words: mathematical models, wear and replacement of equipment, optimization.

Введение

Для любой организации вне зависимости от формы собственности и ведомственной принадлежности важное значение имеет состояние и использование производственных ресурсов, активной частью которых являются основные фонды. Особенность основных фондов заключается в их многократном использовании в процессе производства продукции или оказания услуг. При этом, под влиянием амортизации основные фонды теряют не только первоначальную стоимость, но и отражают свое участие в деятельности организации в зависимости от их физического и морального износа. Это обусловлено тем, что производительность оборудования снижается по мере его износа, а затраты на поддержание работоспособного состояния растут, что весьма актуально не только для конкретного эксплуатационного предприятия, но и для машиностроительной отрасли в целом. Превентивные меры по организации технического обслуживания, ремонта или своевременной замены оборудования во многом определяют эффективность работы предприятия.

С одной стороны, внедрение нового оборудования способствует повышению производительности труда, снижению трудоемкости работ, сокращению количества брака и, как следствие, снижению себестоимости продукции. Однако, на фоне приобретения и внедрения более совершенных основных фондов могут возникнуть внеплановые расходы, к которым относятся: демонтаж действующего оборудования и монтаж нового, разработка или адаптация программы производства продукции, подготовка и повышение квалификации кадров и другие. Поэтому установление эффективных сроков службы оборудования играют важную роль для перспективного планирования выпуска новых машин и запасных частей.

Актуальность решения таких задач обострилась в последние годы для предприятий, где производственные процессы подвергаются быстрым технологическим изменениям. Это обусловлено тем, что оборудование различается по производительности, надежности, срокам службы; затратами на ремонт и уход; требованиями к технологическому процессу и к квалификации обслуживающего персонала. Сложность решения такой задачи заключается в выборе наиболее эффективного оборудования, обеспечивающего выполнение производственного плана.

В связи с этим результатом данного исследования явились выбор и обоснование математических моделей износа и замены оборудования, разработанных на основе теории исследования операций. При этом были учтены закономерности изменения состояния оборудования, его ценности и затраты на поддержание работоспособности, что позволит на практике разработать рациональные графики ремонта и замены оборудования.

Материалы и методы

Исследованию преимуществ и недостатков различных методов оценки стоимости машин и оборудования, используемых в практике при расчете их физического и морального износа, посвящено значительное количество теоретических и практических работ [Грибанова, 2014, с. 25-33; Мязова и др., 2010, с. 45-50; Кулаков и др., 2020, с. 97-105; Мордасов и др., 1999, с. 270-276].

Так, например, один из методов основан на применении жестких статистических данных, когда величина износа приравнивается к величине амортизационных отчислений, умноженных на срок эксплуатации. Другой метод ориентирован на экспертную оценку, характеризующую физическое состояние рассматриваемого оборудования. Ограниченность практической применимости данных методов нередко обусловлена недостаточностью статистической информации по видам оборудования и наличием высокой степени зависимости экспертной оценки от субъективности и компетентности привлекаемых экспертов.

На этом основании заслуживает внимания работа, в которой представлено теоретическое обоснование метода предельной эффективности для интегральной оценки износа машин и оборудования [Киришев, 2009, с. 118-123]. Проанализировав полученные автором выводы, можно подчеркнуть, что расчет износа по амортизационным нормам, принятым в бухгалтерском учете, и применение коэффициентов, отражающих снижение стоимости оборудования в соответствии со сроком службы, является одним из самых простых и наиболее часто применяемых методов. Достоинством такого подхода является то, что установленные нормы могут быть выражены коэффициентами, призванными отразить снижение стоимости исследуемого объекта в соответствии с его возрастом. Однако такой подход также имеет недостатки, поскольку не учитывает реального физического состояния оборудования.

Кроме этого, методы, основанные на экспертном способе оценки, предполагают привлечение специалистов – экспертов, обладающих компетентностью. На основании этого целесообразно рассмотреть методы,

выстроенные на основе количественных показателей, оценивающих состояние износа оборудования посредством сопоставления номинальных, паспортных и фактических текущих значений технических характеристик оборудования, например, производительности, мощности, грузоподъемности, энергоемкости с целью проведения последующего анализа влияния степени износа оборудования в диапазоне от номинальных значений до предельных.

Такой подход оправдан, так как при ухудшении количественных показателей, характеризующих снижение производительности, мощности оборудования могут привести к увеличению риска отказа оборудования или увеличению количества брака.

В работе [Новоселов и др., 2018, с. 75-88] рассматривается проблема отказа оборудования с учётом тяжести негативных последствий. Авторами проведен детальный анализ методов и предложен интегрированный подход для прогноза физического износа, который основан на синтезе экспертных оценок и нормативного метода. Сформулированные рекомендации были апробированы для ряда предприятий, а полученные результаты оказались соответствующими экспертным ожиданиям, что позволяет утверждать о целесообразности использования данного подхода в различных отраслях для обоснования перехода к использованию более эффективных технологий.

Использование эффективных технологий предопределяет общий уровень промышленного производства, о чем заявлено в работе «Оценка технического уровня промышленного производства» [Грибанова, 2014, с. 25-33]. Автором подчеркивается, что основа оценки технического уровня производства должна базироваться на нескольких важных принципах, основными из которых являются:

- системность при рассмотрении взаимосвязанных характеристик объекта;
- целенаправленность оценки технического уровня развития объекта;
- оптимальность при выборе показателей оценки;
- приоритетность характеристик оцениваемого объекта.

Таким образом, оценка технического уровня производства находится в тесной взаимосвязи с состоянием физического и морального износа основных фондов предприятий. Поэтому разработка математических моделей оценки износа и замены оборудования является одной из стратегически важных задач для принятия решений в области разработки программ инновационного развития.

Результаты

Решение разнообразных задач, связанных с рациональным использованием оборудования, требует вычисления среднего времени безотказной работы, дисперсии срока службы, среднего числа замен за фиксированный промежуток времени и других показателей [Бахвалов и др., 2020; Фихтенгольц, 1966; Канторович и др., 1962; Левин, 1957].

В связи с этим в работе была проведена оценка современных достижений теоретических и экспериментальных методов и моделей для определения степени износа и оптимального времени замены оборудования [Игонин, 2012, с. 12-19; Кулаков и др., 2020, с. 97-105; Митюшов, 2010, с. 12-15; Смоляк, 2017, с.75-87].

Результатом научных достижений, представляющих интерес в формате проводимого исследования, можно выделить математическую модель, которая описывает износ оборудования в зависимости от степени внешних воздействий, используя нейронные сети [Давенпорт, 1960; Митюшов, 2010, с.12-15]. Однако, такой подход требует значительного количества информации о состоянии однотипного оборудования, тем самым практическая применимость модели может иметь существенные ограничения. Этот недостаток может быть устранен посредством использования экспертных оценок износа оборудования [Смоляк, 2017, с. 75-87]

Тем не менее, даже если состояние детали машины известно, могут возникнуть сложности с определением срока выхода ее из строя. При этом замена или ремонт узла, в который входит данная деталь, могут быть экономически не целесообразными. В связи с этим вероятностные модели не нашли широкого практического применения, уступив законные преимущества теории надежности, в которой сроки службы машин рассматриваются случайными событиями [Гнеденко, 1954; Крамер, 1975].

Попытки реабилитировать эффективность применения экспертного подхода для прогнозирования остаточного ресурса оборудования были предприняты в работе «Индивидуально-групповое прогнозирование остаточного ресурса измерительных комплексов по экономическому критерию» [Миронов и др., 2016, с. 25-30]. Предлагается прогнозирование предельного срока службы оборудования проводить на основе моделей, практическая применимость которых может быть связана с разными ситуациями [Бартлетт, 1990]. Например, в случаях, когда причиной увеличения эксплуатационных затрат является рост стоимости поддержания оборудования в работоспособном состоянии на фоне интенсивности отказов функциональных систем. Или рост затрат по устранению внезапных отказов оборудования и их последствий. Основным достоинством предложенной модели является получение интервальных прогнозных оценок изменения эксплуатационных затрат, а также значений выхода их за предельно допустимый уровень, что может быть использовано при принятии решения о сроках модернизации или замене действующего оборудования.

Большая часть моделей износа являются детерминированными моделями. Однако такие модели не учитывают последствия флуктуации параметров. Более сложными для исследования, но и более содержательными, являются вероятностные модели износа, которые выстраиваются на основании статистических данных (рис. 1).

На основе теории износа и замены оборудования были разработаны следующие модели:

- случайный износ, функция продолжительности службы оборудования (функция живучести);
- вероятность замены оборудования;
- интенсивность замены оборудования
- для случая, когда оборудование не является новым;
- обновление оборудования при неслучайном износе.

В данной статье приведены две модели: оптимальное время замены оборудования с учетом коэффициента эффективности капиталовложений (процента на капитал) и случайный износ, функция продолжительности службы оборудования (функция живучести).

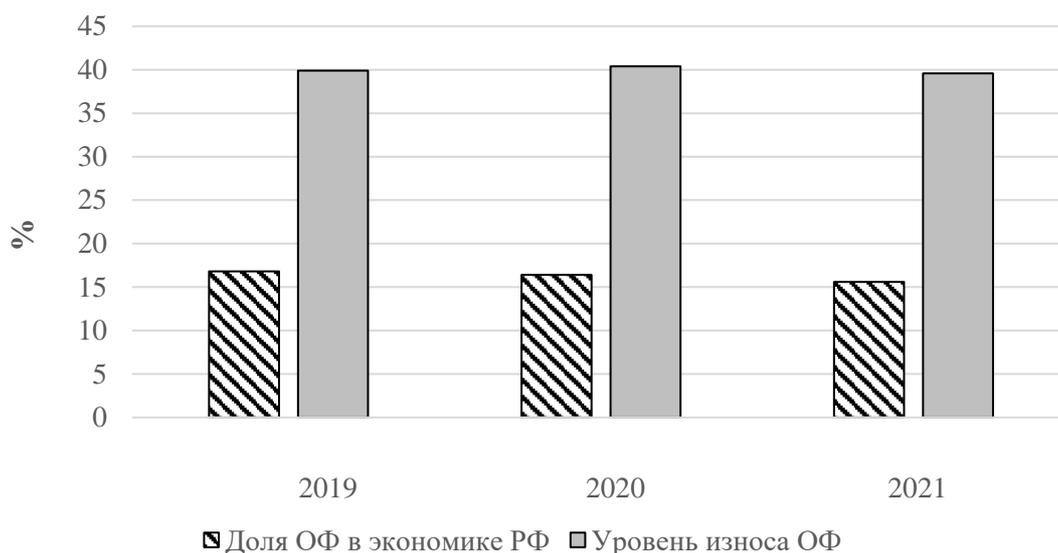


Рисунок 1 – Анализ износа основных фондов в зависимости от их структуры в экономике РФ

Математические модели износа и замены оборудования были разработаны на основе теории исследования операций, при этом были учтены закономерности изменения состояния оборудования, его ценности и затраты на поддержание работоспособности.

Математическая модель обновления оборудования при неслучайном износе

Износ оборудования может возникать в зависимости от двух факторов естественного или случайного характера, т.е. под воздействием чрезвычайных ситуаций (рис. 2).

Предположим, что некоторое оборудование, цена которого равна A , в результате износа требует расходов на содержание его в исправности и профилактический ремонт. Допустим, что известны расходы C_1, C_2, C_3, \dots на установку оборудования, уход за ним и ремонт, производимые в начале 1-ого, 2-

ого, 3-го и т.д. периодов. Периоды соответствуют определенному периоду, например, год, квартал, месяц.

Если оборудование заменяется после n периодов, то общая стоимость после r замен равна:

$$\Gamma = \left[A + \sum_{i=1}^n C_i \right] \cdot r \quad (1)$$

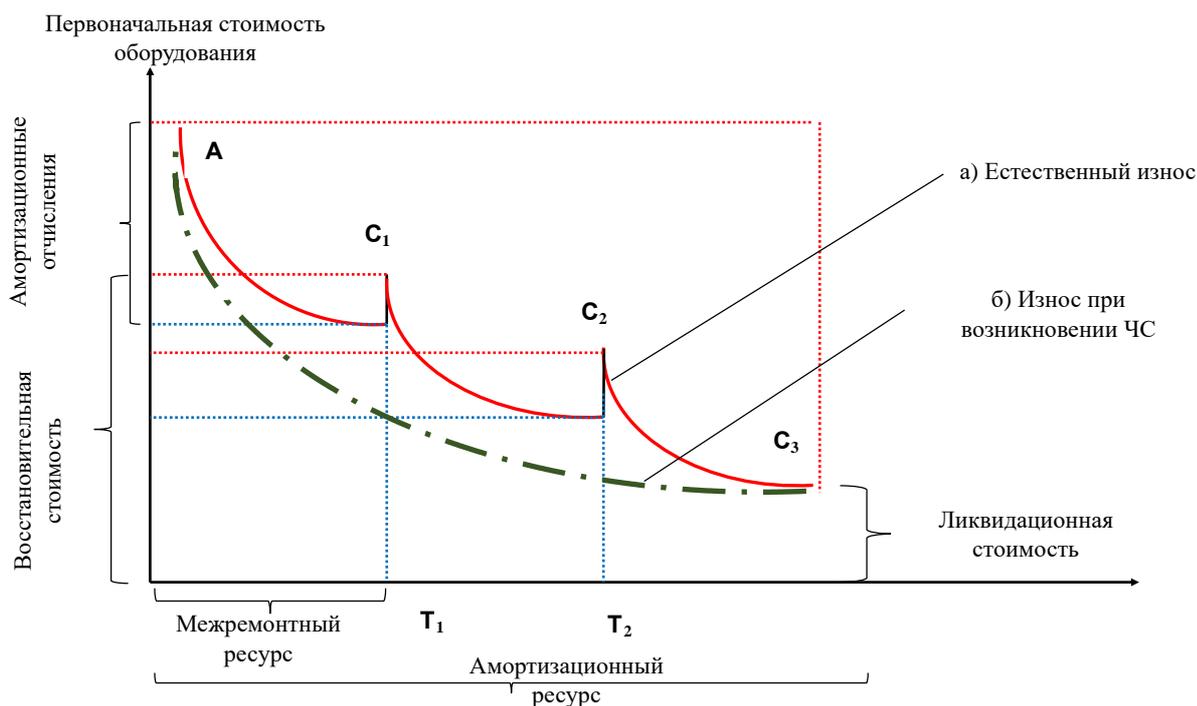


Рисунок 2 – Изменение стоимости оборудования под влиянием случайных и неслучайных факторов

Если величины A и C не являются постоянными, а изменяются во времени, то:

$$\Gamma = \sum_{i=1}^r \left[A_i + \sum_{j=1}^n C_{ij} \right], \quad (2)$$

где величины A_i и C_{ij} относятся к i -той замене.

В этом случае средние затраты за период составят:

$$\gamma = \frac{1}{n \cdot r} \Gamma = \frac{1}{n \cdot r} \sum_{i=1}^r \left[A_i + \sum_{j=1}^n C_{ij} \right]. \quad (3)$$

Если имеется некоторое количество различных видов оборудования, эквивалентных в отношении использования, но различающихся по времени межремонтного ресурса и по частоте замены и издержками на восстановление, то средние затраты за определенный период $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3, \dots$ могут быть неравными. В связи с этим представляет интерес определение минимума средних затрат. В

таблице 1 представлен расчет затрат на восстановление четырех видов оборудования в зависимости от естественного износа.

Таблица 1 – Изменение затрат на восстановление оборудования

Оборудование	$A + C_1$	C_2	C_3	C_4	C_5
a	3500	200	-	-	-
b	4200	150	350	-	-
c	5200	130	370	500	-
d	7000	100	280	400	700

Таким образом, предполагаемые совокупные издержки могут составить:

$$r=2 \quad \gamma_a = \frac{1}{2} (3500+200) = 1850 \text{ (ден.ед.)}$$

$$r=3 \quad \gamma_b = \frac{1}{3} (4200+150+350) = 1566 \text{ (ден.ед.)}$$

$$r=4 \quad \gamma_c = \frac{1}{4} (5200+130+370+500) = 1525 \text{ (ден.ед.)}$$

$$r=5 \quad \gamma_d = \frac{1}{5} (7000+100+280+400+700) = 1696 \text{ (ден.ед.)}$$

Согласно полученным результатам можно сделать вывод, что решение γ_c , соответствующее тому виду оборудования, которое заменяется все 4 года, является наиболее выгодным. Очевидно, что в дискретном случае минимум затрат на модернизацию оборудования можно найти простым перебором.

Если предположить, что начальная стоимость оборудования равна A_0 , но в результате старения его цена непрерывно падает, в то время как расход на содержание, устранение неисправностей и ремонт возрастает. Задача состоит в определении момента перепродажи оборудования, чтобы обеспечить экономию затрат.

Постановка задачи заключается в следующем. Пусть A_0 – первоначальная стоимость оборудования, $A_0\varphi(t)$ – цена оборудования, перепродаваемого по истечении времени t . Пусть $\psi(t)$ – суммарные издержки на ремонт и содержание в исправности за период времени t , тогда:

$$\Gamma(t) = A_0 - A_0\varphi(t) + \psi(t)$$

а средние затраты использования будут равны:

$$\gamma(t) = \frac{\Gamma(t)}{t} = \frac{1}{t} [A_0 - A_0\varphi(t) + \psi(t)] \quad (4)$$

Таким образом, задача сводится к определению значения t_0 , при котором функция, задаваемая выражением (4), достигает минимума.

Минимум $\gamma(t)$ имеет место при $\gamma'(t) = 0$. Используя выражение (4), получим следующее уравнение для определения t_0 :

$$A_0[1 - A_0\varphi(t) + \psi(t)] + \psi(t) - t\psi'(t) = 0 \quad (5)$$

Рассмотрим несколько частных случаев.

а) $\varphi(t)$ и $\psi(t)$ – линейные функции

Пусть:

$$\begin{cases} \varphi(t) = 1 - \frac{1}{\theta}t \\ \psi(t) = kt \end{cases},$$

где θ, k – параметры.

Тогда $\varphi'(t) = -\frac{1}{\theta}$ и $\psi'(t) = k$ уравнение (5) примет вид:

$$A_0[1 - 1 + \frac{1}{\theta}t - \frac{1}{\theta}t] + kt - kt = 0$$

Последнее выражение представляет собой тождество, откуда следует, что средние затраты использования оборудования будут постоянными и равными:

$$\gamma(t) = \frac{A_0}{\theta} + k \quad (0 < t < \theta) \quad (6)$$

Поэтому, если хотят производить замену в любое время, достаточно обеспечить линейность характеристик $\varphi(t)$ и $\psi(t)$.

б) $\varphi(t)$ – показательная функция, а $\psi(t)$ – линейная:

$$\varphi(t) = e^{-\lambda t}$$

$$\psi(t) = kt$$

где: k, λ – параметры.

Тогда:

$$\gamma(t) = \frac{1}{t}[A_0 - A_0 e^{-\lambda t} + kt]$$

Найдем производную:

$$\gamma'(t) = A_0 \frac{\lambda t e^{-\lambda t} + e^{-\lambda t} - 1}{t^2}$$

Производная $\gamma'(t)$ отлична от нуля при $t > 0$ и отрицательна, т.к.:

$$\gamma'(t) = A_0 e^{-\lambda t} \left[\frac{\lambda t + 1 - e^{\lambda t}}{t^2} \right] = A_0 e^{-\lambda t} \left[-\frac{\lambda^2}{2!} - \frac{\lambda^3}{3!}t - \frac{\lambda^4}{4!}t^2 - \dots \right] < 0$$

Здесь использовалось разложение функции $e^{-\lambda t}$ в ряд Маклорена:

$$e^{-\lambda t} = 1 + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{(\lambda t)^i}{i!}$$

Итак, в этом случае $\gamma(t)$ не имеет минимума.

При этих условиях целесообразно использовать оборудование как можно дольше.

Предельное значение издержек использования равно k :

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \gamma(t) = k$$

в) $\varphi(t)$ и $\psi(t)$ – показательные функции:

$$\begin{cases} \varphi(t) = e^{-\lambda t} \\ \psi(t) = k_0(e^{\mu t} - 1) \end{cases}$$

где λ, μ – параметры.

Имеем:

$$\gamma(t) = \frac{1}{t}[A_0(1 - e^{-\lambda t}) + k_0(e^{\mu t} - 1)] \quad (7)$$

Вычислим производную:

$$\gamma'(t) = \frac{(A_0 \lambda e^{-\lambda t} + k_0 \mu e^{\mu t})t - [A_0(1 - e^{-\lambda t}) + k_0(1 - e^{\mu t})]}{t^2}$$

Из последнего выражения при $\gamma'(t) = 0$ получаем уравнение для вычисления t_0 :

$$\gamma'(t) = \frac{1 - e^{-\lambda t}(1 + \lambda t)}{1 - e^{\mu t}(1 - \mu t)} = \frac{k_0}{A_0} \quad (8)$$

Введем функцию:

$$\Phi(x) = 1 - e^{-x}(1 + x), \quad (9)$$

тогда отношение (8) можно переписать в виде:

$$\frac{\Phi(-\mu t)}{\Phi(\lambda t)} = \frac{A_0}{k_0} \quad (10)$$

Уравнение (10) в явном виде не имеет решения.

Его можно решить численными методами из известных способов [1]-[3].

Для нахождения приближенного решения уравнения (8) разложим функции $e^{-\lambda t}$ и $e^{\mu t}$ в ряд Маклорена, ограничившись членами 2-ого порядка.

Имеем:

$$\begin{aligned} e^{-\lambda t} &\approx 1 - \lambda t + \frac{(\lambda t)^2}{2} \\ e^{\mu t} &\approx 1 + \mu t + \frac{(\mu t)^2}{2} \end{aligned} \quad (11)$$

Подставляя (11) в (8), получим после упрощений следующее уравнение для определения:

$$\frac{\lambda^2}{\mu^2} \cdot \frac{1 - \lambda t}{1 + \mu t} = \frac{k_0}{A_0} \quad (12)$$

Из (12) следует, что

$$t_0 = \frac{\lambda^2 - \mu^2 \frac{k_0}{A_0}}{\lambda^3 + \mu^3}. \quad (13)$$

Таким образом определяется значение t_0 , при котором функция, задаваемая выражением (4), достигает минимума, что определяет момент перепродажи оборудования так, чтобы затраты на единицу времени были минимальными.

Не менее значимой является задача разработки математической модели определения оптимального времени замены оборудования с учетом эффективности капиталовложений.

К показателям экономической эффективности относятся: общие капитальные вложения (инвестиции); балансовая прибыль (прибыль до налогообложения); чистая прибыль (прибыль после налогообложения); чистый приведенный доход; срок окупаемости.

Пусть некоторая последовательность одинаковых периодов занумерована числами, а издержки на содержание оборудования в исправности будут

C_1, C_2, C_3, \dots Предположим, что эти издержки монотонно возрастают ($C_{i+1} > C_i$; для $i=1,2,3,\dots$) и выплачиваются в начале соответствующего периода.

Если заданы первоначальная стоимость A и величина процента дисконта r , то общие затраты при условии, что оборудование заменится после n периодов, составят:

$$\Gamma_n = \left[A + C_1 + \frac{C_2}{1+r} + \frac{C_3}{(1+r)^2} + \dots + \frac{C_n}{(1+r)^{n-1}} \right] + \\ + \left[\frac{A}{(1+r)^n} + \frac{C_1}{(1+r)^n} + \frac{C_2}{(1+r)^{n+1}} + \dots + \frac{C_n}{(1+r)^{2n-1}} \right] + \dots$$

что можно записать так же:

$$\Gamma_n = \left[A + \sum_{i=1}^n \frac{C_i}{(1+r)^{i-1}} \right] + \frac{1}{(1+r)^n} \left[A + \sum_{i=1}^n \frac{C_i}{(1+r)^{i-1}} \right] + \\ + \frac{1}{(1+r)^{2n}} \left[A + \sum_{i=1}^n \frac{C_i}{(1+r)^{i-1}} \right] + \dots$$

и окончательно:

$$\Gamma_n = \frac{A + \sum_{i=1}^n \frac{C_i}{(1+r)^{i-1}}}{1 - \frac{1}{(1+r)^n}} = \frac{A + \sum_{i=1}^n \alpha^{i-1} C_i}{1 - \alpha^n} \quad (14)$$

где $\alpha = \frac{1}{1+r}$.

Это тот капитал, которым надо было бы располагать в начальный момент, чтобы производить замену оборудования через каждые n периодов (n лет, например) в течение бесконечного времени.

Определим минимум функции Γ_n определяемой формулой (14).

Если минимум существует, то при некотором значении n должно быть:

$$\Gamma_{n-1} > \Gamma_n \quad \text{и} \quad \Gamma_n < \Gamma_{n+1}.$$

Заменяя в (14) n на $n+1$, получим:

$$\Gamma_{n+1} = \frac{A + \sum_{i=1}^{n+1} \alpha^{i-1} C_i}{1 - \alpha^{n+1}} = \frac{A + \sum_{i=1}^n \alpha^{i-1} C_i + \alpha^n C_{n+1}}{1 - \alpha^{n+1}} = \frac{1 - \alpha^n}{1 - \alpha^{n+1}} \Gamma_n + \frac{\alpha^n C_{n+1}}{1 - \alpha^{n+1}}.$$

Составим разность:

$$\Gamma_{n+1} - \Gamma_n = \left[\frac{1 - \alpha^n}{1 - \alpha^{n+1}} - 1 \right] \Gamma_n + \frac{\alpha^n C_{n+1}}{1 - \alpha^{n+1}} = \frac{\Gamma_n (\alpha^{n+1} - \alpha^n) + \alpha^n C_{n+1}}{1 - \alpha^{n+1}}.$$

Допустим, что $\Gamma_{n+1} - \Gamma_n > 0$.

$$\frac{\Gamma_n (\alpha^{n+1} - \alpha^n) + \alpha^n C_{n+1}}{1 - \alpha^{n+1}} > 0,$$

или, разделив на α^n ,

$$\Gamma_n (\alpha - 1) + C_{n+1} > 0.$$

Так как $\alpha < 1$, то:

$$\frac{C_{n+1}}{1-\alpha} > \Gamma_n$$

Таким образом, соотношение:

$$\Gamma_{n+1} - \Gamma_n > 0$$

эквивалентно неравенству:

$$\frac{C_{n+1}}{1-\alpha} > \Gamma_n \quad (15)$$

Допустим теперь, что $\Gamma_{n-1} - \Gamma_n > 0$, тогда аналогично предыдущему получим:

$$\Gamma_{n-1}(1-\alpha) - C_n > 0 \quad \text{или} \quad \frac{C_n}{1-\alpha} < \Gamma_{n-1}. \quad (16)$$

Таким образом, соотношение $\Gamma_{n-1} - \Gamma_n > 0$ эквивалентно неравенству (16).

Возвращаясь к выражению (14) для Γ_n , подставим его в неравенство (15), получим:

$$C_{n+1} > (1-\alpha) \frac{A + C_1 + \alpha C_2 + \alpha^2 C_3 + \dots + \alpha^{n-1} C_n}{1-\alpha^n} \quad (17)$$

$$C_{n+1} > \frac{A + C_1 + \alpha C_2 + \alpha^2 C_3 + \dots + \alpha^{n-1} C_n}{1 + \alpha + \alpha^2 + \dots + \alpha^{n-1}}$$

Точно так же, подставляя (14) в (16) и заменяя n на $n-1$, получим:

$$C_n < \Gamma_{n-1}(\alpha - 1)$$

т.е.

$$C_n < (1-\alpha) \frac{A + C_1 + \alpha C_2 + \alpha^2 C_3 + \dots + \alpha^{n-2} C_{n-1}}{1-\alpha^{n-1}}$$

или

$$C_n < \frac{A + C_1 + \alpha C_2 + \alpha^2 C_3 + \dots + \alpha^{n-2} C_{n-1}}{1 + \alpha + \alpha^2 + \dots + \alpha^{n-2}}$$

Из (17) и (18) вытекает следующее правило: оборудование следует заменять тогда, когда:

$$C_{n+1} > \frac{A + C_1 + \alpha C_2 + \alpha^2 C_3 + \dots + \alpha^{n-1} C_{n-1}}{1 + \alpha + \alpha^2 + \dots + \alpha^{n-1}} \quad (19)$$

Для практического применения предложенного подхода рассмотрим пример. Пусть $A_0 = 1000000$ ден.ед., примем $r = 6\%$, следовательно:

$$\alpha = \frac{1}{1+0,06} = 0.943.$$

Таблица 2 – Расчет дисконтированных затрат на восстановление оборудования

Год	C_i тыс. ден.ед.	α^{i-1}	$C_i \alpha^{i-1}$	$A_0 + \sum \alpha^{i-1} C_i$	$\sum \alpha^{i-1}$	$\frac{A_0 + \sum \alpha^{i-1} C_i}{\sum \alpha^{i-1}}$
1	50	1	50	1050	1	1050
2	60	0,943	56,6	1106	1,943	568
3	70	0,890	62,3	1168	2,833	412
4	90	0,840	75,6	1244	3,673	339
5	120	0,792	95	1323	4,465	296
6	150	0,747	112	1435	5,212	281

7	180	0,705	127	1562	5,917	264
8	210	0,665	139	1701	6,582	258
9	240	0,627	150	1851	7,209	257
10	300	0,592	177	2028	7,801	260
11	400	0,558	223	2251	8,359	269
12	500	0,527	263	2514	8,886	283

На основании (19) можно рассчитать минимум затрат (табл. 1), минимальное значение которых составит $\Gamma_9 = 257000$ ден.ед., для $i=10$ получаем:

$$C_{10} > \frac{A_0 + \sum_{i=1}^{10} \alpha^{i-1} C_i}{\sum_{i=1}^{10} \alpha^{i-1}}, \text{ т.е. } 300 > 260$$

На основании предложенной модели и проведенных расчетов можно сделать вывод, что для рассматриваемого примера оборудование следует заменить после девяти лет эксплуатации.

Выводы

На основании проведенного исследования проведен обзор научных достижений в области оценки технических параметров и остаточной стоимости оборудования с целью определения оптимального срока его модернизации или полной замены. Полученные выводы позволили сформулировать ряд малоизученных задач, одной из которых явилась задача выбора и обоснования методов и математических моделей износа и замены оборудования. Поставленные задачи решены в полном объеме и получены результаты, имеющие большое практическое значение для машиностроительной, аэрокосмической и оборонной промышленности.

Разработанная математическая модель обновления оборудования, представленная в работе, может быть использована в зависимости от характера износа оборудования: текущего, естественного или под влиянием факторов, обусловленных возникновением чрезвычайных ситуаций. Практическая применимость полученных выводов подчеркивается возможностью расчета времени для полной замены оборудования в зависимости от эффективности использования инвестиций.

Библиографический список

- Бартлетт М. С.* Введение в теорию случайных процессов. М. : Высшая школа, 1990. 376 с.
- Бахвалов Н. С.* Численные методы т.1 / Н. с. Бахвалов, Н. П. Жидков, Г. М. Кобельков // М. : Лаборатория знаний, 2020. 636 с.
- Гнеденко Б. В.* Курс теории вероятностей. М.: Гостехиздат, 1954. 447 с.
- Грибанова О. А.* Проблемы развития территории // Волгоградский научный центр РАН. 2014. № 4(72). с. 25-33.
- Давенпорт В. Б.* Введение в теорию случайных сигналов и шумов / В. Б. Давенпорт, В. Л. Рут. М. : Изд-во иностранной литературы, 1960. 470 с.

- Игонин В. В.* Минимизация «человеческого фактора» при определении износа (обесценения) машин и оборудования // Имущественные отношения в Российской Федерации. 2012. № 2 (125). с. 12-19.
- Канторович Л. В.* Приближенные методы высшего анализа / Л. В. Канторович, В. И. Крылов. М. : Государственное издательство физико-математической литературы, 1962. 708 с.
- Киришев О. Р.* Теоретическое обоснование метода предельной эффективности для определения износа машин и оборудования // Вестник Донского государственного технического университета. 2009. № 52. с. 118-123.
- Крамер Х.* Математические методы статистики. М. : Мир, 1975. 648 с.
- Кулаков П. А.* Выбор определяющих параметров технического состояния, оказывающих влияние на остаточный срок службы теплообменного оборудования / П. А. Кулаков, А. В. Рубцов, В. Г. Афанасенко, О. Е. Зубков, К. К. Иванова, Р. Р. Шарипова // Известия Томского политехнического университета. Инжиниринг георесурсов. 2020. Т. 331. № 1. с. 97-105.
- Левин Б. Р.* Теория случайных процессов и ее применения в радиотехнике. М. : Советское радио, 1957. 492 с.
- Миронов А. Н.* Индивидуально-групповое прогнозирование остаточного ресурса измерительных комплексов по экономическому критерию / А. Н. Миронов, А. Н. Новиков, А. В. Малахов // Научные технологии в космических исследованиях Земли. 2016. Т.8. № 4. с. 25-30.
- Митюшов А. А.* Моделирование износа элементов теплоэнергетического оборудования // Вестник Ивановского государственного энергетического университета. 2010. № 3. с. 12-15.
- Мордасов В. И.* Оценка поверхностных повреждений оптическим методом / В. И. Мордасов, Н. А. Сазонникова, В. П. Шорин // Известия Самарского научного центра Российской академии наук. 1999. № 2. с. 270-276.
- Мязова Я. С.* Методы расчета износа при оценке стоимости машин и оборудования / Я. С. Мязова, А. И. Марченко; Под общей редакцией Д.А. Новикова // Управление организационно-экономическими системами: Моделирование взаимодействий, принятие решений: сборник научных статей. Самара, 2010. с. 45-50.
- Новоселов А. Л.* Моделирование оценки состояния оборудования с позиции риск-менеджмента / А. Л. Новоселов, А. В. Желтенков // Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Экономика. 2018. № 4. с. 75-88.
- Смоляк с. А.* О вероятностных моделях для оценки остаточного срока службы и износа машин и оборудования // Имущественные отношения в Российской Федерации. 2017. № 2 (185). с. 75-87.
- Фихтенгольц Г. М.* Курс дифференциального и интегрального исчисления. т.1. М. : Наука, 1966. 656 с.

References

- Bakhvalov N. S., Zhidkov N. P., Kobelkov G.M.* (2020). Numerical Methods. Vol.1. Moscow: Laboratory of Knowledge. 636 p. [in Russian]
- Bartlett M. S.* (1990). Introduction to the theory of random processes. Moscow: High School. 376 p. [in Russian]
- Davenport W. B., Ruth W. L.* (1960). Introduction to the Theory of Random Signals and Noise. Moscow: Foreign Literature Publishing House. 470 p. [in Russian]
- Fikhtenholz G. M.* (1966). Course of differential and integral calculus. vol.1. Moscow: Nauka Publishing House. 656 p. [in Russian]
- Gnedenko B. V.* (1954). Course of probability theory. Moscow: Gostekhizdat. 447 p. [in Russian]
- Gribanova O. A.* (2014). Problems of territory development. *Volgograd Scientific Center RAS*. 4(72): 25-33. [in Russian]

- Igonin V. V. (2012). Minimization of the "human factor" in determining the depreciation (impairment) of machinery and equipment. *Property Relations in the Russian Federation*. 2 (125): 12-19. [in Russian]
- Kantorovich L.V., Krylov V. I. (1962). Approximated methods of higher analysis. Moscow: State Publishing House of Physical and Mathematical Literature. 708 p. [in Russian]
- Kirischev O. R. (2009). Theoretical substantiation of the method of marginal efficiency to determine the wear of machinery and equipment. *Bulletin of the Don State Technical University*. 52: 118-123. [in Russian]
- Kramer H. (1975). Mathematical Methods of Statistics. Moscow: Mir. 648 p. [in Russian]
- Kulakov p. A., Rubtsov A. V., Afanasenko V. G., Zubkov O. E., Ivanova K. K., Sharipova R.R. (2020). Choice of determining parameters of the technical condition affecting the residual service life of heat exchange equipment. *Proceedings of Tomsk Polytechnic University. Engineering of Georesources*. vol. 331, 1: 97-105. [in Russian]
- Levin B. R. (1957). Random Process Theory and its Application in Radio Engineering. Moscow: Soviet Radio Publishing House. 492 p. [in Russian]
- Mironov A. N., Novikov A. N., Malakhov A. V. (2016). Individual-group prediction of residual life of measuring systems by economic criterion. *Science-intensive technologies in Earth space research*. v.8. 4: 25-30. [in Russian]
- Mityushov A. A. (2010). Modeling of Wear of Thermal Energy Equipment Elements. *Bulletin of Ivanovo State Energy University*. 3: 12-15. [in Russian]
- Mordasov V. I., Sazonnikova N. A., Shorin V. p. (1999). Evaluation of Surface Damages by Optical Method. *Izvestia of Samara Scientific Center of Russian Academy of Sciences*. 2: 270-276. [in Russian]
- Myazova Y. S., Marchenko A. I. (2010). Wear calculation methods in estimating the cost of machinery and equipment. Management of organizational and economic systems: modeling of interactions, decision-making. Collection of scientific articles. Under the editorship of D.A. Novikov. Samara. p. 45-50. [in Russian]
- Novoselov A. L., Zheltenkov A.V. (2018). Modeling of Equipment Condition Assessment from the Position of Risk Management. *Bulletin of Moscow State Regional University. Series: Economics*. 4: 75-88. [in Russian]
- Smolyak S. A. (2017). On probabilistic models for assessing the residual service life and wear of machinery and equipment. *Property Relations in the Russian Federation*. 2 (185): 75-87. [in Russian]