

УДК 629.783

ББК 32.884

DOI 10.51955/2312-1327_2023_1_98

АНАЛИТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ИОНОСФЕРЫ НА ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЕ СООТНОШЕНИЯ В СПУТНИКОВЫХ СИСТЕМАХ СВЯЗИ МЕТОДАМИ ФИЗИЧЕСКОЙ КИНЕТИКИ ПЛАЗМЫ

*Дмитрий Владимирович Хазанов,
orcid.org/ 0000-0001-6640-9085,
кандидат физико-математических наук, доцент
Московский государственный технический университет
гражданской авиации (Иркутский филиал),
ул. Коммунаров, 3
Иркутск, 664047, Россия
dim38@mail.ru*

*Борис Валентинович Лежанкин,
orcid.org/ 0000-0001-5504-0884,
кандидат технических наук, доцент
Московский государственный технический университет
гражданской авиации (Иркутский филиал),
ул. Коммунаров, 3
Иркутск, 664047, Россия
lezhbor@mail.ru*

*Вячеслав Владимирович Ерохин,
orcid.org/ 0000-0002-5549-3952,
доктор технических наук, доцент
Московский государственный технический университет
гражданской авиации (Иркутский филиал),
ул. Коммунаров, 3
Иркутск, 664047, Россия
ww_erohin@mail.ru*

Аннотация. В гражданской авиации актуальной и важной задачей является обеспечение участников воздушного движения бесперебойной радиосвязью. Спутниковая связь представляет собой глобальную подвижную сеть с зоной покрытия всей поверхности Земли, включая полярные районы, которая обеспечивает двунаправленный обмен речевыми сообщениями и данными. Анализ принципов функционирования спутниковых систем связи (ССС) показал, что определение энергетических характеристик имеет большое значение. Энергетические характеристики в спутниковых каналах связи и уровень помех определяют качественные показатели и эксплуатационные возможности СССР. Одним из критических факторов, обуславливающих эффективность функционирования СССР, являются условия распространения и поглощения радиоволн, в том числе ионосферных явлений, которые на сегодняшний день недостаточно полно изучены, что и обуславливает актуальность исследований.

Настоящая статья посвящена теоретическим исследованиям плазмы ионосферы методами физической кинетики для повышения энергетического потенциала радиолиний спутниковой системы связи.

Ключевые слова: физическая кинетика плазмы, энергетические соотношения, спутниковые системы связи, функция распределения Максвелла, ионосферные явления.

ANALYTICAL STUDY OF THE IONOSPHERE INFLUENCE ON ENERGY RELATIONS IN SATELLITE COMMUNICATION SYSTEMS BY THE METHODS OF PHYSICAL PLASMA KINETICS

*Dmitry Vladimirovich Khazanov,
orcid.org/0000-0001-6640-9085,
Candidate of Physical and Mathematical Sciences,
Moscow State Technical University of Civil Aviation, Irkutsk branch,
Kommunarov, 3
Irkutsk, 664047, Russia
dim38@mail.ru*

*Boris Valentinovich Lezhankin,
orcid.org/0000-0001-5504-0884,
Candidate of Technical Sciences,
Moscow State Technical University of Civil Aviation, Irkutsk branch,
Kommunarov, 3
Irkutsk, 664047, Russia
lezhbor@mail.ru*

*Vyacheslav Vladimirovich Erokhin,
orcid.org/0000-0002-5549-3952,
Doctor of Technical Science,
Moscow State Technical University of Civil Aviation, Irkutsk branch,
Kommunarov, 3
Irkutsk, 664047, Russia
ww_erohin@mail.ru*

Abstract. In civil aviation, an urgent and important task is to provide air traffic participants with uninterrupted radio communication. Satellite communication is a global mobile network covering the entire surface of the Earth, including polar regions, which provides a two-way data and voice communication exchange. An analysis of the principles of functioning of satellite communication systems (SCS) showed that the determination of energy characteristics is of great importance. Energy characteristics in satellite communication channels and the level of interference determine SCS operational capabilities and quality indicators. One of the critical factors that determine the effectiveness of the SCS functioning is the conditions for the propagation and absorption of radio waves, including ionospheric phenomena, which are not yet fully understood, and this determines the research relevance.

This article is devoted to theoretical studies of the ionospheric plasma by the methods of physical kinetics to increase the energy potential of the radio links of a satellite communication system.

Keywords: physical plasma kinetics, energy relations, satellite communication systems, Maxwell distribution function, ionospheric phenomena.

Введение

Гражданская авиация (ГА) предназначена для решения важных для страны задач, связанных с обеспечением потребностей населения, отраслей промышленности и сельского хозяйства в воздушных перевозках. Управление воздушным движением (УВД) включает в себя комплекс мероприятий с

использованием современных радиотехнических средств обеспечения полетов, применяемых в автоматизированных системах управления воздушным движением (АС УВД) [Арефьев и др., 2021]. Особое место в эксплуатации ВС занимают системы связи, являющиеся единственным средством обеспечения процесса обмена информацией между членами экипажа и диспетчерскими пунктами [Межетов и др., 2021]. Ввиду того, что радиосвязь является основным, а в некоторых случаях единственным средством радиопереговоров и обмена данными между ВС и наземными пунктами УВД, в пунктах управления устанавливают наземные радиостанции, а на ВС бортовые радиостанции [Серебренников и др., 2017]. Система бортовых и наземных средств радиосвязи обеспечивает взаимодействие диспетчерских органов службы движения и передачу информации по управлению воздушным движением.

Для обеспечения высокой безопасности, регулярности и эффективности полетов все участники воздушного движения должны быть обеспечены бесперебойной, беспойсковой и бесподстроечной радиосвязью. При этом радиосвязь должна оставаться доступной и надёжной даже в неблагоприятных условиях, таких как полёты над водной поверхностью и сложным горным рельефом, на значительном удалении абонентов друг от друга, при наличии электромагнитных помех. Решение данной задачи обеспечивается, в том числе, применением ССС [Белозерцев и др., 2021].

Глобальные системы спутниковой связи обладают рядом достоинств, которые делают их уникальным и эффективным средством связи и обусловили их активное применение в авиации, а именно, неограниченные перекрываемые пространства, большая пропускная способность, высокое качество и надёжность каналов связи. Использование искусственных спутников Земли (ИСЗ) позволяет организовать международную и национальную связь [Скрыпник и др., 2020; Арефьев, 2021]. Спутниковая связь представляет собой глобальную подвижную сеть с зоной покрытия всей поверхности Земли, включая полярные районы, которая обеспечивает двунаправленный обмен речевыми сообщениями и данными [Анаров и др., 2013; Бриндеев и др., 2015].

Для обеспечения эффективной работы международным союзом электросвязи даны рекомендации по использованию радиочастот и регламентированы нормы для ССС. При этом выбор рабочих частот обусловлен следующими факторами [Межетов и др., 2022]:

- уровнем внешних источников шумов, принимаемых антенной системой;
- условиями распространения и поглощения радиоволн (влияние на линию связи атмосферных осадков, затухания в атмосфере и ионосферных явлений);
- взаимными помехами между ССС и радиосредствами других служб, работающих в смежных или одних и тех же диапазонах частот;
- наличием и сложностью технических средств.

Одними из важнейших факторов, которые обуславливают эффективность функционирования ССС, являются условия распространения и поглощения

радиоволн, в том числе ионосферные явления, которые на сегодняшний день недостаточно полно изучены, что и обуславливает актуальность исследований.

Цель работы – теоретические исследования физической кинетики плазмы ионосферы для повышения энергетического потенциала радиолиний спутниковой системы связи.

Энергетические соотношения в спутниковых системах связи

В совокупности с диапазоном частот большое значение имеет определение энергетических характеристик ССС, которые вместе с уровнем помех определяют качественные показатели и эксплуатационные возможности ССС. В спутниковых каналах связи основным видом помех являются шумы радиоприемников и шумы внешних источников, кроме того значительное влияние оказывает космический шум [Патрикеев, 2017]. Рассмотрим энергетические соотношения для ССС с активной ретрансляцией [Владимиров и др., 2012]. При использовании активных ретрансляторов стараются применять узконаправленные антенны, что позволяет использовать передающие устройства (ПРД) с мощностью $P_{\text{ПРД}}$ в сотни Вт, в связи с этим мощность входного сигнала приемного устройства (ПРМ) наземной станции:

$$P_c = \frac{P_{\text{ПРД}} G_{\text{ПРД}} G_{\text{ПРМ}} \lambda_2^2}{(4\pi)^2 l_2^2 F_2 L_2},$$

где $P_{\text{ПРД}}$ – мощность передающего устройства; $G_{\text{ПРД}}$ – коэффициент направленного действия передающей антенны; $G_{\text{ПРМ}}$ – коэффициент направленного действия приемной антенны; λ – длина волны; l_2 – протяженность участка ИСЗ-Земля; L_2 – потери на распространение в среде; F_1 – потери в приемном тракте.

Мощность сигнала на входе ПРМ ИСЗ:

$$P_{\text{ср}} = \frac{P_{\text{ПРД}} G_{\text{ПРД}} G_{\text{ПРМ}} \lambda_1^2}{(4\pi)^2 l_1^2 F_1 L_1},$$

где F_1 – потери на распространение в фидере, остальные характеристики аналогичны, но соответствуют линии Земля-ИСЗ.

Мощность шума на входе ПРМ земной станции:

$$P_m = k T_3 \Delta f + \frac{P_c P_{\text{mp}}}{P_{\text{ср}}},$$

где $k = 1,32 \cdot 10^{-23}$ Дж / град – постоянная Больцмана; Δf – ширина полосы частот потока данных; T_3 – шумовая температура приемника.

Мощность шума на входе ПРМ ИСЗ:

$$P_{\text{mp}} = k T_p \Delta f,$$

где T_p – эквивалентная шумовая температура антенны.

Анализ энергетических соотношений в ССС показывает зависимость мощности принимаемого сигнала от потерь распространения в среде.

Физическая кинетика плазмы

Плазма представляет собой систему многих частиц и наиболее детальное и корректное её описание проводится с помощью методов физической кинетики, или кинетической теории [Веденяпин и др., 2018; Мингалев и др., 2017]. В кинетической теории поведение электронного, ионного газов, а также газов нейтральных атомов и молекул, которые присутствуют в частично ионизированной плазме, описывается функцией распределения $f_a(\vec{r}, \vec{V}_a, t)$, где a – сорт частиц (e, i, n). Функция распределения представляет собой плотность частиц в конфигурационном пространстве $(\vec{r}, \vec{V}_a)$, то есть среднее число частиц:

$$dn_a = f_a(\vec{r}, \vec{V}_a, t) d\vec{r} d\vec{V}_a$$

Средние характеристики плазмы (концентрация N_a , средняя скорость u_a и температура T_a) могут быть выражены с помощью функции f_a следующим образом:

$$\begin{aligned} N_a &= \int f_a(\vec{r}, \vec{V}_a, t) d\vec{V}_a; \quad N_a \vec{u}_a = \int \vec{V}_a f_a(\vec{r}, \vec{V}_a, t) d\vec{V}_a \\ \frac{3}{2} N_a T_a &= \frac{m_a}{2} \int (\vec{V}_a - \vec{u}_a)^2 f_a d\vec{V}_a. \end{aligned} \quad (1)$$

Уравнение, описывающее изменение f_a в пространстве скоростей, координат и времени, называется кинетическим уравнением Больцмана и имеет вид:

$$\frac{\partial f_a}{\partial t} + \vec{V}_a \frac{\partial f_a}{\partial \vec{r}} + \frac{\vec{F}_a}{m} \frac{\partial f_a}{\partial \vec{V}_a} = \sum_b S_{ab}. \quad (2)$$

Здесь:

$$\vec{F}_a = e_i \left(\vec{E} + \frac{1}{c} [\vec{V}_a \cdot \vec{B}] \right) + m_a \vec{g} - \text{сила, действующая на частицу сорта } a,$$

а интеграл столкновений Больцмана:

$$S_{ab} = - \iint d\vec{V}_a d\Omega q(u, \alpha) u \left\{ f_a(\vec{V}_a) f_b(\vec{V}_b) - f_a(\vec{V}_a') f_b(\vec{V}_b') \right\} \quad (3)$$

описывает изменение функции распределения f_a частиц сорта a при их соударениях с частицами сорта b , где:

$\vec{V}_a', \vec{V}_b'$ – скорости частиц до соударения;

$\vec{V}_a, \vec{V}_b$ – скорости частиц после соударения;

$u = |\vec{V}_a - \vec{V}_b|$ – относительная скорость частиц a и b после соударения;

$\alpha = \alpha(\vec{V}_a - \vec{V}_b, \vec{V}_a' - \vec{V}_b')$ – угол рассеяния;

$q(u, \alpha)$ – дифференциальное сечение рассеяния.

Интегрирование в (3) проводится по скоростям рассеивающихся частиц и по углам рассеяния $d\Omega = \sin \alpha d\alpha d\varepsilon$, где ε – азимутальный угол.

Помимо кинетического уравнения в систему уравнений, описывающих плазму, необходимо ввести уравнения электродинамики – уравнения Максвелла [Шелухин и др., 2009]:

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} B &= \frac{1}{c} \frac{\partial E}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} j \\ \operatorname{rot} E &= -\frac{1}{c} \frac{\partial B}{\partial t} \\ \operatorname{div} E &= 4\pi\rho \\ \operatorname{div} B &= 0 \end{aligned} \quad (4)$$

Входящие в уравнения (4) плотности заряда ρ и тока $\vec{j}$ определяются через параметры плазмы следующим образом:

$$\begin{aligned} \rho &= \sum_a e_a N_a = \sum_a e_a \int f_a(\vec{r}, \vec{V}_a, t) d\vec{V}_a \\ \vec{j} &= \sum_a e_a N_a \vec{u}_a = \sum_a e_a \int \vec{V}_a f_a(\vec{r}, \vec{V}_a, t) d\vec{V}_a \end{aligned} \quad (5)$$

Таким образом, система уравнений для функции распределения и полей (2), (3), (4) и (5) образует замкнутую систему. В плазме устанавливается такое распределение частиц по скоростям и в пространстве, при котором поля поддерживают это распределение и определяются им. Говорят, что в плазме устанавливается самосогласованное поле.

Функция распределения в равновесных условиях

Пусть на плазму, состоящую из частиц одного сорта, не действуют внешние силы. Тогда с течением времени в плазме установится некоторое равновесное и стационарное распределение, функция распределения которого не зависит от координат и времени. Из (2) и (3) следует, что f_a^0 удовлетворяет уравнению:

$$S_{aa} = 0 \quad (6)$$

$$f_a^0(\vec{V}_a) f_a^0(\vec{V}_{a1}) = f_a^0(\vec{V}_a') f_a^0(\vec{V}_{a1}')$$

Здесь $\vec{V}_{a1}$ – скорости полевых частиц сорта a , на которых рассеиваются пробные частицы этого сорта со скоростями $\vec{V}_a$. Прологарифмируем выражение (6)

$$\ln f_a^0(\vec{V}_a) + \ln f_a^0(\vec{V}_{a1}) = \ln f_a^0(\vec{V}_a') + \ln f_a^0(\vec{V}_{a1}'). \quad (7)$$

Величины, сумма которых не меняется при столкновении, называются аддитивными интегралами движения.

При столкновениях мы имеем интеграл массы:

$$m_a + m_{a1} = m'_a + m'_{a1}$$

Интеграл импульса:

$$m_a \vec{V}_a + m_{a1} \vec{V}_{a1} = m'_a \vec{V}'_a + m'_{a1} \vec{V}'_{a1}$$

Интеграл энергии:

$$m_a \vec{V}_a^2 + m_{a1} \vec{V}_{a1}^2 = m'_a \vec{V}'_a{}^2 + m'_{a1} \vec{V}'_{a1}{}^2$$

Отсюда следует, что $\ln f_a^0$ является линейной функцией интеграла движения, то есть:

$$\ln f_a^0 = \alpha m_a + \beta m_a \vec{V}_a + \gamma \frac{m_a \vec{V}_a^2}{2}. \quad (8)$$

Постоянные α, β и γ могут быть выражены через средние параметры плазмы согласно (6). Окончательно получим:

$$f_a^0 = N_a \left(\frac{m_a}{2\pi T_a} \right)^{3/2} \exp \left[-\frac{m_a (\vec{V}_a - \vec{u}_a)^2}{2T_a} \right]. \quad (9)$$

Полученная функция описывает распределение частиц по скоростям в равновесной плазме и называется функцией распределения Максвелла.

Интеграл столкновений Больцмана в форме Ландау

При соударениях заряженных частиц дифференциальное сечение рассеяния (формула Резерфорда) имеет вид [Шаповалов и др., 2012]:

$$q(u, \alpha) = \left(\frac{e^2}{2mu^2} \right)^2 \cdot \frac{1}{\sin^4 \frac{\alpha}{2}}. \quad (10)$$

Отсюда видно, что основной вклад в рассеяние при столкновениях заряженных частиц вносит рассеяние на малые углы, то есть с малыми изменениями импульса и энергии. Это обстоятельство позволяет разложить второе слагаемое (3) в ряд по малым изменениям скорости при столкновении и представить интеграл соударений (3) в дифференциальной форме Ландау:

$$S_{ab} = -\text{div}_{\vec{V}_a} \vec{J}_{ab}$$

$$\vec{J}_{ab} = \frac{1}{2N_b} \int d\vec{V}_b v_{ab}(u) \left\{ \begin{aligned} &u^2 \left[\frac{m_a}{m_b} f_a \frac{\partial f_b}{\partial V_b} - f_b \frac{\partial f_a}{\partial V_a} \right] - \\ &-\vec{u} \left[\frac{m_a}{m_b} f_a \left(-\vec{u} \frac{\partial f_b}{\partial V_b} \right) - f_b \left(\vec{u} \frac{\partial f_a}{\partial V_a} \right) \right] \end{aligned} \right\}, \quad (11)$$

где $\text{div}_{\vec{V}_a}$ – дивергенция в пространстве скоростей, $\vec{J}_{ab}$ – поток в пространстве скоростей.

Здесь $v_{ab}(u) = \frac{4\pi e^4 N_b}{m_a^2 u^3} \Lambda$, где $u = \vec{V}_a - \vec{V}_b$, а $\Lambda = \ln \frac{m_a r_D V_a^2}{e^2}$ – так называемый кулоновский логарифм.

Кулоновский логарифм появился при интегрировании сечения рассеяния (10) по углу рассеяния α .

Вообще говоря, этот интеграл расходится на нижнем пределе интегрирования, то есть при $\alpha \rightarrow 0$, а так как $\alpha \approx \frac{e^2}{m_a V_a^2 \rho}$, где ρ – прицельное расстояние, то он расходится при больших ρ . Однако учитывая, что кулоновское поле образуется на расстоянии $\approx r_D$ (дебаевский радиус), можно выбрать в качестве нижнего предела по α величину $\alpha_{\min} \approx \frac{e^2}{m_a V_a^2 r_D}$. Учитывая, что $\frac{m_a V_a^2}{e^2 / r_D} \approx \frac{T}{\omega} \gg 1$, то для газовой плазмы можно видеть, что приближенный характер проведённых расчетов не влияет на величину Λ , так как под логарифмом стоит большая величина.

Упрощение интеграла столкновений Ландау

Пусть в плазме имеется одно выделенное направление $\vec{B}_{zxy}$. Введём в пространстве скоростей сферическую систему координат, направив ось z вдоль $\vec{S}$ и систему $z'x'y'$ с осью $\vec{z}'$ вдоль $\vec{V}_a$ (рис. 1).

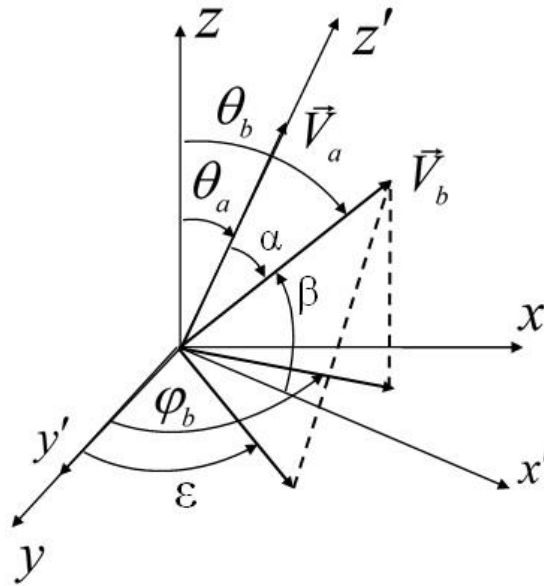


Рисунок 1 – Сферическая система координат

Пусть $\varphi_a = 0$, то есть $\vec{y} = \vec{y}'$. Предположим, что функции распределения не зависят от азимутального угла φ_{ab} – вращения частиц поперек $\vec{B}$. Тогда $f(\vec{V}) = f(V, \theta)$, где θ – питч-угол, V – модуль скорости. В этом случае имеем:

$$\begin{aligned} \text{div} \vec{j}_{ab} &= \frac{1}{V_a^2} \frac{\partial}{\partial V} (V_a^2 j_V) + \frac{1}{V_a \sin \theta_a} \frac{\partial}{\partial \theta_a} (\sin \theta_a j_\theta) = \\ &= \frac{1}{V_a^2} \frac{\partial}{\partial V_a} (V_a^2 j_V) - \frac{1}{V_a} \frac{\partial}{\partial \mu} \left[(1 - \mu^2) \frac{j_\theta}{\sin \theta_a} \right], \end{aligned}$$

где $\mu = \cos \theta_a$.

Предположим также, что функция распределения полевых частиц f_b является сферически симметричной, то есть $\frac{\partial f_b}{\partial \theta} = 0$ и $\frac{\partial f_b}{\partial V} \neq 0$.

Учитывая, что $\frac{\partial f}{\partial V} = \vec{e}_V \frac{\partial f}{\partial V} + \vec{e}_\theta \frac{1}{V} \frac{\partial f}{\partial \theta}$. Получим:

$$j_V = -\frac{1}{2N_b} \left[V_a f_a A_1 + \frac{\partial f_a}{\partial V_a} A_2 + \frac{1}{V_a} \frac{\partial f_a}{\partial \theta_a} A_3 \right]$$

$$j_\theta = \frac{1}{2N_b} \left[V_a f_a B_1 - \frac{\partial f_a}{\partial V_a} B_2 - \frac{1}{V_a} \frac{\partial f_a}{\partial \theta_a} B_3 \right]$$

$$A_1 = -\frac{m_a}{m_b} \int V_b \frac{\partial f_b}{\partial V_b} (1 - \cos^2 \alpha) v(u) d\vec{V}_b$$

$$A_2 = \int f_b V_b^2 (1 - \cos^2 \alpha) v(u) d\vec{V}_b$$

$$A_3 = \int f_b V_b \cos \beta (V_a - V_b \cos \alpha) v(u) d\vec{V}_b \approx \cos \beta$$

$$B_1 = \frac{m_a}{m_b} \int \frac{\partial f_b}{\partial V_b} \cos \beta (V_a - V_b \cos \alpha) v(u) d\vec{V}_b \approx \cos \beta$$

$$B_2 = A_3$$

$$B_3 = \int f_b (u^2 - V_b^2 \cos^2 \beta) v(u) d\vec{V}_b$$

$$V_{bx} = V_b \cos \beta = V_b \sin \alpha \sin \varepsilon \text{ (рис.2)}$$

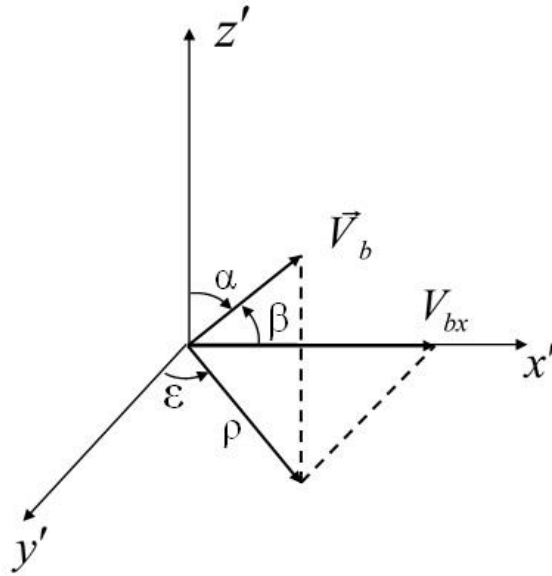


Рисунок 2 – Проекция вектора $\vec{V}_b$

Учитывая, что

$$d\vec{V}_b = V_b^2 dV_b \sin \alpha d\alpha d\varepsilon$$

имеем:

$$\int_0^{2\pi} d\varepsilon \cos \beta \approx \int_0^{2\pi} \sin \varepsilon d\varepsilon = 0$$

Отсюда $A_3 = B_2 = B_1 = 0$.

Далее при вычленении B_3, A_1, A_2 учитываем:

$$J_1 = \int_0^{2\pi} d\varepsilon \int_0^\pi d\alpha \frac{\sin \alpha (1 - \cos^2 \alpha)}{u^3} = -2\pi \int_0^\pi \frac{(1 - \cos^2 \alpha) d \cos \alpha}{(V_a^2 + V_b^2 - 2V_a V_b \cos \alpha)^{3/2}} =$$

$$= \frac{8\pi}{3} \begin{cases} V_b^{-3}, V_a \leq V_b \\ V_a^{-3}, V_a \geq V_b \end{cases}$$

$$J_2 = \int_0^{2\pi} d\varepsilon \int_0^\pi \frac{\cos \alpha d \cos \alpha}{u^3} = 8\pi \begin{cases} \frac{V_b}{V_a^2(V_a^2 - V_b^2)}, V_a \geq V_b \\ \frac{V_a}{V_b^2(V_b^2 - V_a^2)}, V_a \leq V_b \end{cases}.$$

Окончательно получим:

$$S_{ab} = \frac{1}{2V_a^2} \frac{\partial}{\partial V_a} \{A_1 V_a^3 f_a + A_2 V_a^2 \frac{\partial f_a}{\partial V_a}\} + \frac{B_3}{V_a^2} \frac{\partial}{\partial \mu} \left[(1 - \mu^2) \frac{\partial f_a}{\partial \mu} \right], \quad (12)$$

где

$$A_1 = \frac{4\pi v(V_a) m_a}{N_b m_b} \int_0^{V_a} V_b^3 f_b(V_b) dV_b$$

$$v(V_a) = \frac{4\pi e^4 N_b}{m_a^2 V_a^3} \Lambda$$

$$A_2 = \frac{4\pi v(V_a)}{3N_b} \left[\int_0^{V_a} V_b^4 f_b(V_b) dV_b + V_a^3 \int_{V_a}^\infty V_b f_b(V_b) dV_b \right]$$

$$B_3 = \frac{2\pi v(V_a)}{N_b} \left[V_a^2 \int_0^{V_a} V_b^2 f_b(V_b) dV_b + V_a^3 \int_{V_a}^\infty V_b f_b(V_b) dV_b \right] - \frac{A_2}{2}$$

Поскольку в интеграле столкновений Ландау учитываются только кулоновские соударения, то он часто называется кулоновским интегралом соударений.

Рассмотрим выражение для кулоновского интеграла в случае соударений электронов и ионов. Примем, что ионы распределены по скоростям в соответствии с максвелловской функцией распределения:

$$f_i(V_i) = N_i \left(\frac{m_i}{2\pi T_i} \right)^{3/2} \exp \left(-\frac{m_i V_i^2}{2T_i} \right) \quad (13)$$

Тогда получим, учитывая, что $V_a \gg V_b$ ($V_a \rightarrow \infty$) в A_1, A_2, B_3

$$S_{ei} = v_{ei} \left\{ \frac{m_e}{m_i} V \frac{\partial}{\partial V} \left[f_e + \frac{T_i}{m_e V} \frac{\partial f_e}{\partial V} \right] + \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial \mu} \left[(1 - \mu^2) \frac{\partial f_e}{\partial \mu} \right] \right\} \quad (14)$$

Кулоновский интеграл для межэлектронных соударений, как это следует из (12), является нелинейным интегро-дифференциальным оператором и его использование при решении задач на определение f_e затруднительно.

Однако в ряде интересных случаев, основная часть электронов распределена по максвелловскому закону, аналогичному (13) с температурой T_e и лишь высокоэнергетичный хвост функции распределения отличается от максвелловского. Тогда для электронов высоких энергий (больших скоростей) выражение (12) упрощается. В коэффициентах A_1, A_2, B_3 можно положить $V_a = \infty$, $f_a = f_e^\mu$. Тогда имеем:

$$S_{ee} = v_{ee} \left\{ V \frac{\partial}{\partial V} \left[f_e + \frac{T_e}{m_e V} \frac{\partial f_e}{\partial V} \right] + \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial \mu} \left[(1 - \mu^2) \frac{\partial f_e}{\partial \mu} \right] \right\} \quad (15)$$

Полученное выражение для интегралов столкновений состоит из 2-х частей, описывающих изменение функции распределения в пространстве модуля скорости и питч-углов. При изменении f в пространстве V изменяется средняя энергия частиц – говорят, что 1-е слагаемое в S_{ab} описывает передачу энергии от частиц данного сорта к полевым частицам. При трансформации питч-углового распределения изменяется средний импульс частиц – 2-е слагаемое в S_{ab} описывает передачу импульса к полевым частицам. Так, если $S_{ee} = 0$, то $f_e^0 + \frac{T_e}{m_e V} \frac{\partial f_e^0}{\partial V} = 0, \frac{\partial f_e^0}{\partial \mu} = 0$.

Отсюда $f_e^0 = A \exp \left(-\frac{m_e V_e^2}{2T_e} \right)$ – максвелловское распределение с нулевой средней скоростью – то есть некоторое начальное распределение в течение достаточно большого времени стремится к распределению полевых частиц.

Упрощение интеграла столкновений Больцмана для электронов плазмы

Столкновение электронов с ионами, как заряженных частиц, взаимодействующих по закону Кулона, описывает интеграл столкновений в форме Ландау – кулоновский интеграл соударений. Поэтому мы будем рассматривать интеграл Больцмана только для соударений электронов с нейтральными атомами и молекулами частично ионизированной плазмы [Эндер и др., 2011]. Соударения подобного рода можно подразделить на упругие и неупругие.

А). Упругие соударения электронов с нейтральными частицами. Учитывая, что $m_n \gg m_e$, можно считать, что скорости нейтральной частицы до и после соударения равны между собой. Кроме того, что так как $V_e \gg V_n$, то $u \approx V_e$ и S_{en} примет вид:

$$S_{en} = - \iint d\vec{V}_n d\Omega \ q(u, \alpha) V \{f_e(\vec{V}) - f_e(\vec{V}')\} f_n(\vec{V}_n). \quad (16)$$

При упругих соударениях модуль скорости лёгкой частицы практически не меняется, то есть $f_e(\vec{V}) = f_e(V, \theta)$, $f_e(\vec{V}') = f_e(V, \theta')$, где θ, θ' –pitch-угол электрона до и после столкновения.

Тогда, проводя интегрирование по $\vec{V}_n$ и, учитывая, что концентрация нейтральных частиц $N_n = \int d\vec{V}_n f_n(\vec{V}_n)$, получим:

$$S_{en} = -N_n \int q(V, \alpha) V \{f_e(V, \theta) - f_e(V, \theta')\} d\Omega \quad (16')$$

Б). Неупругие соударения электронов с нейтральными частицами. В результате неупругих соударений меняется внутренняя энергия атома или молекулы газа: нейтральная частица возбуждается, переходя на высший энергетический уровень или ионизуется с образованием свободного электрона. При этом кинетическая энергия нейтральных частиц не меняется. Скорости электрона до и после соударения связаны соотношением:

$$\frac{m_e V'^2}{2} = \frac{m_e V^2}{2} + E^*,$$

где E^* – пороговая энергия возбуждения нейтральной частицы, то есть разность энергий возбужденного и основного состояний атома или молекулы. Отсюда $V' = \sqrt{V^2 + V^{*2}}$, $V^{*2} = \frac{2E^*}{m_e}$.

Эксперименты по изменению сечений неупругого рассеяния электронов на атомах и молекулах показывают, что после рассеяния электрон не изменяет направление своего движения, то есть:

$$q^*(V, \alpha) = \frac{\sigma^*(V)}{2\pi} \delta(\alpha),$$

где $\delta(\alpha)$ – дельта функция.

Интеграл соударений Больцмана для неупругого рассеяния аналогично (12) можно записать:

$$S_{en}^* = - \iint d\vec{V}_n d\Omega f_n(\vec{V}_n) \{V_e q^*(V_e, \alpha) f_e(\vec{V}_e) - V_e' q^*(V_e', \alpha)\} f_e(\vec{V}_e'). \quad (17)$$

Для упругих соударений относительные скорости до и после соударения равны, и мы получим для S_{ab} форму (12). Подставив V' и q^* и учитывая, что:

$$\theta' = \theta'(\theta, \alpha), \theta'(\theta, \alpha = 0) = \theta,$$

получим:

$$S_{en}^* = -N_n[V\sigma^*(V)f_e(V, \theta)] - \sqrt{V^2 + V^{*2}}\sigma^*\left(\sqrt{V^2 + V^{*2}}\right) \times \\ \times f_e(\sqrt{V^2 + V^{*2}}, 0). \quad (17')$$

Разложение функции распределения электронов в ряд по полиномам Лежандра

Если функция распределения электронов близка к сферически симметричной, то есть слабо зависит от питч-угла, то целесообразно представить её в виде суммы сферически-симметричной части и совокупности угловых частей. Иначе говоря, удобно произвести разложение угловой части функции распределения в ряд по полиномам Лежандра [Улукханын, 2011]:

$$f_e(V, \mu, \vec{r}) = \sum_{n=0}^{\infty} f_{ne}(V, \vec{r}) P_n(\mu), \quad \mu = \cos \theta. \quad (18)$$

Если f_e является слабой функцией μ , то $f_{e0} \gg f_{e1} \gg f_{e2} \dots \gg \dots$, то есть в ряде (18) можно ограничиться двумя членами разложения, чем существенно облегчается решение кинетического уравнения. Далее, в случае сильной зависимости f_e от питч-угла в форме $f_e(\mu) = A \Pi(\mu)$, где $\Pi(\mu) = \begin{cases} 1, & \mu \geq 0 \\ 0, & \mu < 0 \end{cases}$ можно видеть, что коэффициенты разложения f_{ne} , называемые поправками функции распределения n -го порядка, убывают и ряд (18) сходится.

Свойства полиномов Лежандра:

$$P_0(\mu) = 1, P_1(\mu) = \mu, P_2(\mu) = \frac{1}{2}(3\mu^2 - 1), |P_n(\mu)|_{\max} = 1 \\ P_0(i) = 1, P_{2n}(-\mu) = P_{2n}(\mu), P_{2n+1}(-\mu) = -P_{2n+1}(\mu), \rightarrow P_n(\mu) = \\ = (-1)^n P_n(\mu), P_{2n+1}(0) = 0 \quad (19)$$

$\int_{-1}^1 P_n(\mu) P_m(\mu) d\mu = \frac{2}{2n+1} \sigma_{nm}$ – свойство ортогональности полиномов Лежандра.

Реккурентные соотношения:

$$\mu P_n(\mu) = \frac{n+1}{2n+1} P_{n+1}(\mu) + \frac{n}{2n+1} P_{n-1}(\mu), \quad (20)$$

$$(1 - \mu^2) \frac{\partial P_n(\mu)}{\partial \mu} = \frac{n(n+1)}{2n+1} [P_{n-1}(\mu) - P_{n+1}(\mu)], \quad (21)$$

$$(2n+1)P_n(\mu) = P'_{n+1}(\mu) - P'_{n-1}(\mu), \quad (22)$$

Теорема сложения:

$$\cos \theta' = \cos \theta \cos \alpha + \sin \theta \sin \alpha \cos \varepsilon, \quad (23)$$

где θ, θ' – питч-углы до и после рассеяния, α, ε – углы рассеяния, то:

$$P_n(\cos \theta') = P_n(\cos \theta)P_n(\cos \alpha) + 2 \sum_{k=1}^n \frac{(n-k)!}{(n+k)!} P_n^k(\cos \theta)P_n^k(\cos \alpha) \cos k\varepsilon. \quad (23')$$

Найдем кинетическое уравнение для поправок функции распределения, записав предварительно основное кинетическое уравнение в так называемом дрейфовом приближении. В этом случае мы считаем, что электроны представляют собой элементарные магнитные моменты (ларморовские окружности), на которые действуют электрическая сила eE , направленная вдоль магнитного поля $\vec{B}$, и выталкивающая магнитная квазисила $\vec{F}_{B\parallel} = -\mu \frac{\partial B}{\partial S} = -\frac{m_e V_{\perp}^2}{2B} \frac{\partial B}{\partial S}$ (гравитацию $m_e \vec{g}$ не учитываем ввиду малости m_e). Тогда, считая, что функция распределения f_e изменяется в пространстве только вдоль $\vec{B}$, получим:

$$\frac{\partial f_e}{\partial t} + V_{\parallel} \frac{\partial f_e}{\partial S} - \frac{e\vec{E}}{m_e} \frac{\partial f_e}{\partial \vec{V}} + \frac{\vec{F}_{B\parallel}}{m_e} \frac{\partial f_e}{\partial V_{\parallel}} = \frac{q(V, \theta, S)}{4\pi} + S_{en} + S_{en}^* + S_{ei} + S_{ee}. \quad (24)$$

Здесь $q(V, \theta, S)$ – скорость образования электронов в 1 см^3 за 1 секунду в интервале скоростей $\vec{V} \div \vec{V} + d\vec{V}$ в точке с координатой S , где S – координата вдоль магнитного поля.

Полная скорость образования электронов в 1 см^3 за секунду под действием некоторого источника:

$$Q(S) = \int_0^{\infty} \int_0^{\pi} \int_0^{2\pi} q(V, \theta, S) V^2 \sin \theta d\theta d\varphi.$$

Далее, учитывая, что:

$$eE \frac{\partial f_e}{\partial \vec{V}} = eE_V \frac{\partial f_e}{\partial V} + eE_{\theta} \frac{\partial f_e}{\partial \theta} = e\mu E \frac{\partial f_e}{\partial V} + e \frac{E(1-\mu^2)}{V} \frac{\partial f_e}{\partial \mu}$$

$$\frac{\vec{F}_{B\parallel}}{m_e} \frac{\partial f_e}{\partial V_{\parallel}} = -\frac{V^2(1-\mu^2)}{2B} \frac{\partial B}{\partial S} \frac{\partial f_e}{\partial (V\mu)} = -V(1-\mu^2) \frac{\partial B}{\partial S} \frac{1}{2B} \frac{\partial f_e}{\partial \mu}.$$

и что $\partial(V\mu) = V\partial\mu$, так как в магнитном поле модуль скорости V не меняется, окончательно получим кинетическое уравнение в виде:

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_e}{\partial t} + \mu V \frac{\partial f_e}{\partial S} - \frac{e\vec{E}}{m_e} \left[\mu \frac{\partial f_e}{\partial V} + \frac{1-\mu^2}{V} \frac{\partial f_e}{\partial \mu} \right] - V(1-\mu^2) \frac{\partial B}{\partial S} \frac{1}{2B} \frac{\partial f_e}{\partial \mu} = \\ \frac{q(V, \theta, S)}{4\pi} + S_{en} + S_{en}^* + S_{ei} + S_{ee}. \end{aligned} \quad (24')$$

При определении уравнения для поправок будем пренебрегать третьим и вторым слагаемыми в правой части (24'). Подставим разложение (18) в уравнение (24') и, умножая его на $P_m(\mu)$, проинтегрируем полученное выражение по $d\Omega =$

$d\mu$, ($\mu = -1 \div +1$). Тогда учитывая (19) и (20), получим рекуррентные соотношения для поправок:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial f_e}{\partial t} + V \left[\frac{m+1}{2m+3} \frac{\partial f_{m+1}}{\partial S} + \frac{m}{2m-1} \frac{\partial f_{m-1}}{\partial S} \right] = \\ & = \frac{1}{4\pi} \int_{-1}^1 q(V, \mu, S) P_m(\mu) d\mu \cdot \frac{2m+1}{2} + \frac{2m+1}{2} \sum \int_{-1}^1 S P_m(\mu) d\mu, \\ & S_m = \int_{-1}^1 S P_m(\mu) d\mu \cdot \frac{2m+1}{2}. \end{aligned}$$

Если $q = q(V, S)$, то $q_m = \frac{q(V, S)}{4\pi} \delta_{m0}$.

Рассмотрим выражение для интегралов столкновений.

А). Упругий интеграл.

$$\begin{aligned} S_{men} &= - \int_{-1}^1 N_n P_m(\mu) d\mu \int_0^\pi \int_0^{2\pi} \sin \alpha d\alpha d\varepsilon V_q(V, \alpha) \cdot \\ & \cdot \left\{ \sum_{k=1}^n f_n P_n(\cos \theta) - \sum_{n=0}^\infty f_n [P_n(\cos \theta) P_n(\cos \alpha) + A] \right\} \frac{2m+1}{2} \\ A &= 2 \sum_{k=1}^n \frac{(n-k)!}{(n+k)!} P_n^k(\cos \theta) P_n^k(\cos \alpha) \cos k\varepsilon \\ \int_0^{2\pi} \cos k\varepsilon d\varepsilon &= \frac{1}{k} \sin k\varepsilon \Big|_0^{2\pi} = 0 \end{aligned}$$

Тогда получим:

$$S_{men} = -V N_n f_m 2\pi \int_0^\pi q(V, \alpha) [1 - P_m(\cos \alpha) \sin \alpha d\alpha]$$

$$\sigma_{TPm} = 2\pi \int_0^\pi q(V, \alpha) [1 - P_m(\cos \alpha)] \sin \alpha d\alpha = 2\pi \int_{-1}^1 q(V, x) [1 - P_m(x)] dx,$$

Где σ_{TPm} – транспортное сечение рассеяния.

$$S_{men} = -f_m \sigma_{TPm} N V = -v_{men}(V) f_m.$$

Если сечение упругого рассеяния не зависит от угла рассеяния α , то:

$$\sigma_{TPm} = 4\pi q(V)[1 - \delta_{m0}] = \begin{cases} 4\pi q(V), & m \neq 0 \\ 0, & m = 0 \end{cases}$$

Б). Неупругий интеграл соударений преобразуется тождественно:

$$S_{men}^* = -N_n \left[V \sigma^*(V) f_m(V) - \sqrt{V^2 + V^{*2}} \sigma^* \left(\sqrt{V^2 + V^{*2}} \right) f_m \left(\sqrt{V^2 + V^{*2}} \right) \right]$$

В). Кулоновский интеграл.

$$S_{eem} = \frac{2m+1}{2} \int_{-1}^1 P_m(\mu) d\mu v_{e0} \left[\sum_{n=0}^{\infty} P_m(\mu) \left\{ V \frac{\partial}{\partial V} \left[f_n + \frac{T_e}{m_e V} \frac{\partial f_n}{\partial V} \right] \right\} + + \right. \\ \left. + \frac{1}{2} \sum_{n=0}^{\infty} f_n A_n \right]$$

$$A_n = \frac{\partial}{\partial \mu} \left[(1 - \mu^2) \frac{\partial f_n(\mu)}{\partial \mu} \right]$$

$A_n = \frac{\partial}{\partial \mu} \left[(1 - \mu^2) \frac{\partial f_n(\mu)}{\partial \mu} \right] = n(n+1)P_n(\mu)$ — полиномы являются собственными функциями угловой части кулоновского интеграла, чем объясняется их использование.

Учитывая (22), (21), (19), получим:

$$\begin{aligned} \sum_{n=0}^{\infty} \int_{-1}^1 P_m(\mu) d\mu \frac{\partial}{\partial \mu} \left[(1 - \mu^2) \frac{\partial P_n(\mu)}{\partial \mu} \right] &= - \sum_{n=0}^{\infty} \int_{-1}^1 P_m(\mu) \left[(1 - \mu^2) \frac{\partial P_n(\mu)}{\partial \mu} \right] = \\ &= \sum_{m=0}^{\infty} \frac{n(n+1)}{2n+1} \left[\int_{-1}^1 P_{n-1} dP_m(\mu) - \int_{-1}^1 P_{n+1} dP_m(\mu) \right] = \\ &= - \sum_{m=0}^{\infty} \frac{n(n+1)}{2n+1} P_m(\mu) [P_{n-1}(\mu) - P_{n+1}(\mu)] \Big|_{-1}^{+1} + \\ &+ \sum_{m=0}^{\infty} \frac{n(n+1)}{2n+1} \int_{-1}^1 P_m(\mu) [P'_{n-1}(\mu) - P'_{n+1}(\mu)] d\mu = \\ &= - \sum_{m=0}^{\infty} n(n+1) \frac{2}{2n+1} \delta_{mn} \cdot \frac{m(m+1)}{2m+1}. \end{aligned}$$

Окончательно получим:

$$S_{eem} = v_{ee} \left\{ V \frac{\partial}{\partial V} \left[f_m + \frac{T_e}{m_e V} \frac{\partial f_m}{\partial V} \right] - \frac{m(m+1)}{2} f_m \right\}.$$

Аналогично можно записать выражение для S_{ei} .

Выпишем в явном виде уравнение для нулевой и первой поправок, считая, что $f_2 \ll f_1$ и $\frac{m_e}{m_i} \ll 1$:

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_0}{\partial t} + \frac{V}{3} \frac{\partial f_1}{\partial S} &= \frac{q(V, S)}{4\pi} + S_{en0}^* + v_{ee} V \frac{\partial}{\partial V} \left[f_0 + \frac{T_e}{m_e V} \frac{\partial f_0}{\partial V} \right] \\ \frac{\partial f_1}{\partial t} + V \frac{\partial f_0}{\partial S} &= -v_{1en}(V) f_1 + S_{en1}^* + v_{ee} V \frac{\partial}{\partial V} \left[f_1 + \frac{T_e}{m_e V} \frac{\partial f_1}{\partial V} \right] - v_{ee}(V) f_1. \end{aligned} \quad (25)$$

Найдём выражения для концентрации и потока электронов, учитывая ортогональность полиномов Лежандра, получим:

$$\begin{aligned} N_e &= 4\pi \int_0^\infty f_0(V) V^2 dV \\ P_e^\parallel &= N_e u_e^4 = 2\pi \int_0^\infty \int_{-1}^1 \sum_{n=0}^\infty \mu V f_n(V) P_n(\mu) d\mu V^2 dV = \frac{4\pi}{3} \int_0^\infty f_1(V) V^3 dV \end{aligned}$$

Отсюда видно, что нулевая поправка функции распределения представляет концентрацию электронов, а первая (т.е. отклонение от сферической симметрии) – поток электронов.

В уравнение для f_0 не входит интеграл упругих соударений S_{en} и часть интеграла Ландау, учитывающая диффузию по питч-углам (т.е. изменение импульса электрона), так как эти процессы не влияют на концентрацию.

А в уравнение для f_1 не входит источник, так как если $q \neq q(\mu)$, то источник не даёт вклад в поток.

Результаты и обсуждение

Для исследования и визуализации полученных зависимостей было разработано программно-моделирующее приложение. В статье проведены исследования вероятностных характеристик распределения частиц по скоростям и в пространстве, при котором поля поддерживают это распределение и определяются им. В частности на рисунке 3 представлены результаты параметрических исследований функции распределения в равновесных условиях, которая описывает распределение частиц по скоростям в равновесной плазме и называется функцией распределения Максвелла. Представленные графики построены для разных температур $T_e = 1000^\circ K$ (кривая 1 синяя) и $T_e = 2000^\circ K$ (кривая 2 красная), для следующих значений параметров, входящих в выражение (9): $N_e = 10^5 - 10^6 (см^{-3})$, $m_e = 9.1 \cdot 10^{-31} (кг)$, $V_e = 10^7 (см/с)$, $u_e = 10^{-1} (см/с)$.

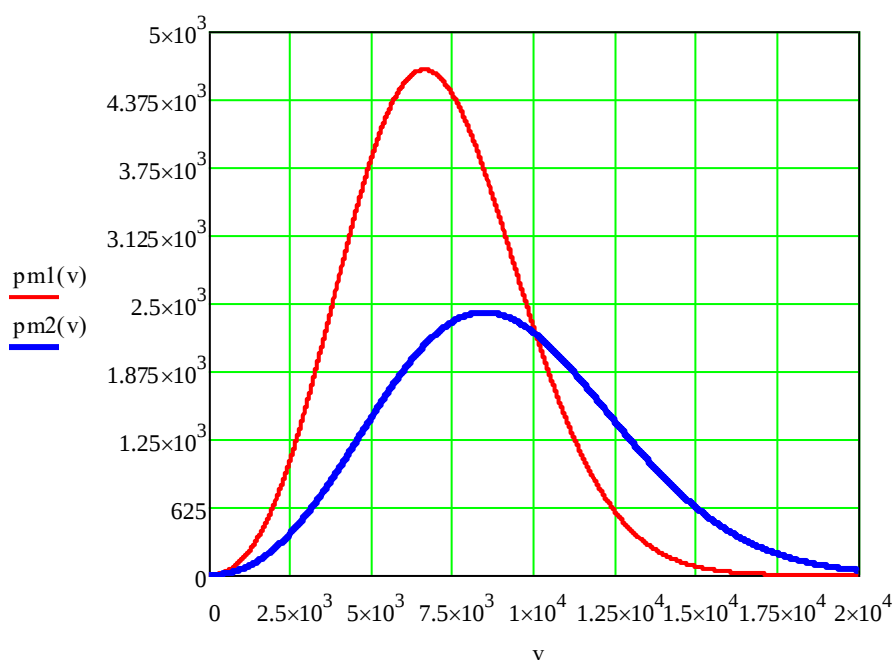


Рисунок 3 – Результаты параметрических исследований функции распределения

Заключение

Уравнения (25) для нулевой и первой поправок получены для электронов больших энергий при следующих условиях:

- скорость электронов много больше средних (тепловых) скоростей полевых частиц (электронов и ионов);
- функции распределения полевых частиц сферически симметричны;
- характеристики плазмы не зависят от азимутального угла;
- так как в уравнениях (25) не учитываются силы, то нужно, чтобы потенциальная энергия электронов в поле сил была много меньше их кинетической энергии.

В статье представлены результаты теоретических исследований плазмы ионосферы методами физической кинетики для повышения энергетического потенциала радиолиний спутниковой системы связи.

Библиографический список

- Анаров М. Ж.* Системы спутниковой связи / М. Ж. Анаров, Н. Б. Утеулиев, Б. А. Сеитов [и др.] // Решетневские чтения. 2013. Т. 1. С. 161-163. – EDN SJCILB.
- Арефьев Р. О.* Применение помехоустойчивого кодирования при обработке сообщений локальной корректирующей станции / Р. О. Арефьев, С. В. Туринцев, М. С. Туринцева // Актуальные проблемы и перспективы развития гражданской авиации : сборник трудов X Международной научно-практической конференции, Иркутск, 14–15 октября 2021 года. – Иркутск: Иркутский филиал федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Московский государственный технический университет гражданской авиации», 2021. С. 22-32. – EDN YMDPPC.

Белозерцев А.В. Основные направления концепции организации связи в системе спутниковой связи на низкоорбитальных спутниках-ретрансляторах / И. Н. Пантелеймонов, А. А. Монастыренко, А. В. Белозерцев [и др.] // Труды Научно-исследовательского института радио. 2021. № 1. С. 33-40. – DOI 10.34832/NIIR.2021.4.1.004. – EDN TZUYHN.

Бриндеев А. В. Влияние излучения систем подвижной спутниковой связи на работу авиационных приёмников глобальных навигационных спутниковых систем / А. В. Бриндеев, Е. В. Кульнев, Г. Е. Пенин, Р. В. Старший // Космонавтика и ракетостроение. 2015. № 2(81). С. 127-133. – EDN UKSSRB.

Веденяпин В.В. Химическая кинетика, эргодическая теория и связь гидродинамического и кинетического описания / В. В. Веденяпин, С. З. Аджиев, В. В. Казанцева, И. В. Мелихов // Материалы XII Международной конференции по прикладной математике и механике в аэрокосмической отрасли (NPNJ'2018), Алушта, 24–31 мая 2018 года. Алушта: МАИ, 2018. С. 107-108. – EDN YADFUD.

Владимиров В. И. Одновременное измерение мощности сигнала и мощности шума (помехи) в полосе пропускания основного канала радиоприема / В. И. Владимиров, А. А. Бубеньщиков, С. В. Сиденко // Информационно-измерительные и управляющие системы. 2012. Т. 10. № 7. С. 67-73. – EDN NQLWZK.

Межетов М. А. Разработка виртуального прибора идентификации сигналов для системы мониторинга авиационных линий связи / М. А. Межетов, А. И. Тихова, А. А. Шалаев // Актуальные проблемы и перспективы развития гражданской авиации : сборник трудов X Международной научно-практической конференции, Иркутск, 14–15 октября 2021 года. Иркутск: Иркутский филиал федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Московский государственный технический университет гражданской авиации», 2021. С. 194-201. – EDN RDGJAS.

Межетов М. А. Реализация алгоритма распознавания сигналов в системе мониторинга авиационных линий связи / М. А. Межетов, А. А. Шалаев // Актуальные проблемы и перспективы развития гражданской авиации : Сборник трудов XI Международной научно-практической конференции, посвященной празднованию 100-летия конструкторского бюро "Туполев", 55-летия Иркутского филиала МГТУ ГА, 75-летия Иркутского авиационного технического колледжа, Иркутск, 13–14 октября 2022 года. Иркутск: Иркутский филиал федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования "Московский государственный технический университет гражданской авиации", 2022. С. 71-79. – EDN WVIACD.

Мингалев О.В. Система кинетических уравнений для описания крупномасштабных процессов в бесстолкновительной космической плазме / О. В. Мингалев, И. В. Мингалев, Х. В. Малова [и др.] // Физика плазмы. 2017. Т. 43. № 10. С. 837-849. – DOI 10.7868/S036729211710002X. – EDN ZFSGCX.

Патрикеев О. В. Повышение эффективности подавления помех при вторичной обработке шумоподобных сигналов / О. В. Патрикеев // Актуальные проблемы и перспективы развития гражданской авиации России : сборник трудов Всероссийской научно-технической конференции, посвященной 50-летию Иркутского филиала МГТУ ГА, Иркутск, 17–19 мая 2017 года. Иркутск: Московский государственный технический университет гражданской авиации, Иркутский филиал, 2017. С. 17-22. – EDN YQVMTY.

Серебренников Е. А. Программная модель линии цифровой связи VDL режима 2 / Е. А. Серебренников, С. В. Туринцев // Актуальные проблемы авиации и космонавтики. 2017. Т. 2. № 13. С. 119-121. – EDN YQWFIF.

Скрытник О. Н. Характеристики точности мультисистемных GPS/GLONASS/Beidou приемников / О. Н. Скрытник, Р. О. Арефьев // Авиационный вестник. 2020. № 3. С. 26-30. – EDN FGFORV.

Улуханян А. Р. Динамические уравнения теории тонких призматических тел с применением разложения по системе полиномов Лежандра / А. Р. Улуханян // Известия Российской академии наук. Механика твердого тела. 2011. № 3. С. 161-177. – EDN NTXAJF.

Шаповалов А. А. Натурная модель опыта Резерфорда по рассеянию альфа-частиц / А. А. Шаповалов, Л. Е. Андреева, И. А. Берлизов, И. В. Новиков // Вестник Алтайской государственной педагогической академии. 2012. № 13. С. 105-107. – EDN QAISIT.

Шелухин В. В. Гомогенизация уравнений Максвелла и дисперсия Максвелла Вагнера / В. В. Шелухин, С. А. Терентьев // Доклады Академии наук. 2009. Т. 424. № 3. С. 402-406. – EDN JVIQQJ.

Эндер А. Я. Аналитическое представление линейных ядер интеграла столкновений уравнения Больцмана для максвелловских молекул / А. Я. Эндер, И. А. Эндер // Письма в Журнал технической физики. 2011. Т. 37. № 5. С. 9-14. – EDN RCVMHF.

References

Anarov, M.Zh., Uteuliev, B. A., Seitov, N. B. (2013) Satellite communication systems *Reshetnevskie chteniya*. – Vol. 1. – pp. 161-163. – EDN SJCILB. [in Russian]

Arefyev, R. O., Turintsev, S. V., Turintseva M. S. (2021) The use of noise-resistant coding in the processing of messages from a local correction station *Aktual'nye problemy i perspektivy razvitiya grazhdanskoj aviatsii : sbornik trudov X Mezhdunarodnoj nauchno-prakticheskoy konferencii*. – pp. 22-32. – EDN YMDPPC. [in Russian]

Belozertsev, A.V., Panteleimonov, I. N., Monastyrenko, A. A. (2021) The main directions of the concept of communication organization in the satellite communication system on low-orbit repeater satellites *Trudy Nauchno-issledovatel'skogo instituta radio*. – Vol. 1. – pp. 33-40. – DOI 10.34832/NIIR.2021.4.1.004. – EDN TZUYHH. [in Russian]

Brindeev, A.V., Kulnev, E. V., Panin, G. E. (2015) The effect of radiation from mobile satellite communication systems on the operation of aviation receivers of global navigation satellite systems *Kosmonavtika i raketostroenie*. Vol. 2(81). – pp. 127-133. – EDN UKSSRB. [in Russian]

Ender, A. J., Ender, I. A. (2011) Analytical representation of linear nuclei of the collision integral of the Boltzmann equation for Maxwell molecules *Pis'ma v Zhurnal tekhnicheskoy fiziki*. Vol. 5. – pp. 9-14. – EDN RCVMHF. [in Russian]

Mezhetov, M. A., Shalaev, A. A. (2022) Implementation of the signal recognition algorithm in the monitoring system of aviation communication lines *Aktual'nye problemy i perspektivy razvitiya grazhdanskoj aviatsii : Sbornik trudov XI Mezhdunarodnoj nauchno-prakticheskoy konferencii*. – pp. 71-79. – EDN WVIACD. [in Russian]

Mezhetov, M. A., Tikhova, A. I., Shalaev, A. A. (2021) Development of a virtual signal identification device for the monitoring system of aviation communication lines *Aktual'nye problemy i perspektivy razvitiya grazhdanskoj aviatsii : sbornik trudov X Mezhdunarodnoj nauchno-prakticheskoy konferencii*. – pp. 194-201. – EDN RDGJAS. [in Russian]

Mingalev, O. V., Mingalev, I. V., Malova, H. V. (2017) A system of kinetic equations for describing large-scale processes in collisionless cosmic plasma *Fizika plazmy*. Vol. 10. – pp. 837-849. – DOI 10.7868/S036729211710002X. – EDN ZFSGCX. [in Russian]

Patrikeev O. V. (2017) Improving the efficiency of noise suppression during secondary processing of noise-like signals *Aktual'nye problemy i perspektivy razvitiya grazhdanskoj aviatsii Rossii : sbornik trudov Vserossijskoj nauchno-tekhnicheskoy konferencii*. – pp. 17-22. – EDN YQBMTY. [in Russian]

Serebrennikov, E. A., Turintsev, S. V. (2017) E. A. Serebrennikov, S. V. Software model of digital communication line VDL mode 2 *Aktual'nye problemy aviatsii i kosmonavтики*. Vol. 13. – pp. 119-121. – EDN YQWFIF. [in Russian]

Shapovalov, A. A., Andreeva, L. E., Berlizov, I. A., Novikov, I. V. (2012) A full-scale model of Rutherford's experiment on alpha particle scattering *Vestnik Altajskoj gosudarstvennoj pedagogicheskoy akademii*. Vol. 13. – pp. 105-107. – EDN QAISIT. [in Russian]

Shelukhin, V. V., Terentyev, S. A. (2009) Homogenization of Maxwell's equations and Maxwell's variance □Wagner *Doklady Akademii nauk*. Vol. 3. – pp. 402-406. – EDN JVIQQJ. [in Russian]

Skrypnik, O. N., Arefyev, R. O. (2020) Accuracy characteristics of multi-system GPS/GLONASS/Beidou receivers *Aviacionnyj vestnik*. Vol. 3. – pp. 26-30. – EDN FGFORV. [in Russian]

Ulukhanyan A. R. (2011) Dynamic equations of the theory of thin prismatic bodies using Legendre polynomial decomposition *Izvestiya Rossijskoj akademii nauk. Mekhanika tverdogo tela*. Vol. 3. – pp. 161-177. – EDN NTXAJF. [in Russian]

Vedenyapin, V. V., Adzhiev, S. Z., Kazantseva, V. V., Melikhov, I. V. (2018) Chemical kinetics, ergodic theory and the relationship of hydrodynamic and kinetic description *Materialy XII Mezhdunarodnoj konferencii po prikladnoj matematike i mekhanike v aerokosmicheskoy otrasli (NPNJ'2018)*. – pp. 107-108. – EDN YADFUD. [in Russian]

Vladimirov, V. I., Bubenchikov, A. A., Sidenko, S. V. (2012) Simultaneous measurement of signal power and noise power (interference) in the bandwidth of the main channel of the radio receiver *Informacionno-izmeritel'nye i upravlyayushchie sistemy*. Vol. 7. – pp. 67-73. – EDN NQLWZK. [in Russian]